

Artificial Intelligence

Exercise 6

Marc Toussaint

Machine Learning & Robotics lab, U Stuttgart
Universitätsstraße 38, 70569 Stuttgart, Germany

16. Januar 2020

1 Programmieraufgabe: Spamfilter mit Naive Bayes

Sie haben in der Vorlesung grafische Modelle und Inferenz in ihnen kennengelernt. Auf dieser Grundlage basiert der viel verwendete *Naive Bayes* Klassifikator. Der Bayes Klassifikator wird zum Beispiel dafür verwendet, Spam Emails automatisch zu erkennen. Dafür werden Trainings-Emails untersucht und die Wahrscheinlichkeit des Auftreten eines Wortes bestimmt, abhängig davon, ob es eine Spam- oder Ham-Email ist.

Sei $c \in \{\text{Spam}, \text{Ham}\}$ die binäre Zufallsvariable, die angibt, ob es sich bei einer Email um Spam oder Ham handelt. Sei x_i das i te Wort einer Email \mathbf{X} . Sei $p(x|c)$ die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wort x in einer Spam- bzw. Ham-Email vorkommt, die während des Trainings für jedes mögliche Wort bestimmt wurde. Dann berechnet der Naive-Bayes-Klassifikator

$$p(c, \mathbf{X}) = p(c) \prod_{i=1}^D p(x_i|c)$$
$$p(c | \mathbf{X}) = \frac{p(c, \mathbf{X})}{p(\mathbf{X})} = \frac{p(c, \mathbf{X})}{\sum_c p(c, \mathbf{X})}$$

als die Wahrscheinlichkeit, dass die Email \mathbf{X} Spam oder Ham ist, wobei D die Zahl der Wörter x_i in der Email \mathbf{X} ist. (In praktischen Implementierungen werden häufig nur Wörter berücksichtigt, bei denen $p(x|\text{Spam})$ und $p(x|\text{Ham})$ nicht Null sind.)

Aufgabe: Implementieren Sie einen Naive Bayes Klassifikator für die Spam-Emails. Sie finden Trainingsdaten und Python-Code, der mit diesen umgehen kann, in Ihrem Repository.

Ihre Implementierung sollte zwei Funktionen enthalten:

```
class NaiveBayes(object):
    def train(self, database):
        ''' Train the classifier with the given database. '''
        pass

    def spam_prob(self, email):
        ''' Compute the probability for the given email that it is spam. '''
        return 0.
```

Tip: David Barber gibt in seinem Buch “Bayesian Reasoning and Machine Learning” eine sehr gute Einführung in den Naive Bayes Klassifikator (Seite 243 ff., bzw. Seite 233 ff. in der kostenlosen Online Version des Buches, die man unter <http://www.cs.ucl.ac.uk/staff/d.barber/brml/> herunterladen kann). Zudem: Log-Wahrscheinlichkeiten zu addieren ist eine numerisch stabile Alternative zum Multiplizieren von Wahrscheinlichkeiten.

2 Votieraufgabe: Hidden Markov Modelle

(Teilaufgaben werden separat votiert.)

Sie stehen bei Nacht auf einer Brücke über der B14 in Stuttgart und möchten zählen, wieviele LKW, Busse und Kleintransporter in Richtung Bad Canstatt fahren. Da Sie mehrere Spuren gleichzeitig beobachten und es dunkel ist machen Sie folgende Fehler bei der Beobachtung des Verkehrs:

- Einen LKW erkennen Sie in 30% der Fälle als Bus, in 10% der Fälle als Kleintransporter.
- Einen Bus erkennen Sie in 40% der Fälle als LKW, in 10% der Fälle als Kleintransporter.
- Einen Kleintransporter erkennen Sie in je 10% der Fälle als Bus bzw. LKW.

Zudem nehmen Sie folgendes an:

- Auf einen Bus folgt zu 10% ein Bus und zu 30% ein LKW, ansonsten ein Kleintransporter.
- Auf einen LKW folgt zu 60% ein Kleintransporter und zu 30% ein Bus, ansonsten ein weiterer LKW.
- Auf einen Kleintransporter folgt zu 80% ein Kleintransporter und zu je 10% ein Bus bzw. ein LKW.

Sie wissen sicher, dass das erste beobachtete Fahrzeug tatsächlich ein Kleintransporter ist.

a) Formulieren Sie das HMM dieses Szenarios. D.h., geben Sie explizit $P(X_1)$, $P(X_{t+1}|X_t)$ und $P(Y_t|X_t)$ an.

b) Prädiktion: Was ist die Marginal-Verteilung $P(X_3)$ über das 3. Fahrzeug.

c) Filtern: Sie machten die Beobachtungen $Y_{1:3} = (K, B, B)$. Was ist die Wahrscheinlichkeit $P(X_3|Y_{1:3})$ des 3. Fahrzeugs gegeben diese Beobachtungen?

d) Glätten: Was ist die Wahrscheinlichkeit $P(X_2|Y_{1:3})$ des 2. Fahrzeugs, gegeben die 3 Beobachtungen?

e) Viterbi (wahrscheinlichste Folge): Was ist die wahrscheinlichste Folge $\operatorname{argmax}_{X_{1:3}} P(X_{1:3}|Y_{1:3})$ an Fahrzeugen, gegeben die 3 Beobachtungen?